ENSEÑANZA

APLICACIÓN DE LOS RECURSOS DE LA CALCULADORA CASIO CLASSWIZ fx-570EX PARA LA RESOLUCIÓN DE INECUACIONES POLINÓMICAS DE GRADO 2-4

Prof. Rafael Cádiz

OBJETIVO(S):

Resolver inecuaciones polinómicas de grado 2-4, usando los recursos de la calculadora CASIO CLASSWIZ fx-570EX. Usar el módulo `B: Inequality` de la calculadora como una herramienta práctica en la resolución de inecuaciones. Usar de forma complementaria el código QR para verificar de manera gráfica los intervalos solución de las inecuaciones.

RESUMEN:

Una *inecuación*, es una desigualdad establecida entre dos expresiones algebraicas. Desde el punto de vista de la solución buscada, la diferencia fundamental es que una inecuación tiene una solución conjuntista que a diferencia de las ecuaciones polinómicas, son soluciones con un número infinito de posibilidades, es decir, como estamos resolviendo inecuaciones sobre la recta real, las soluciones son intervalos, o uniones de intervalos o en su defecto el conjunto vacío. Ahora bien, la calculadora CASIO CLASSWIZ fx-570EX, dispone de un módulo capaz de resolver este tipo de planteamientos desde su aspecto más sencillo; es decir; cuando una expresión cuadrática, cúbica o de grado 4 es mayor, mayor o igual, menor, menor o igual que cero. Además de obtener dicho resultado usaremos el `código QR` para constatar la solución de la inecuación de forma gráfica.

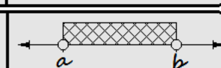
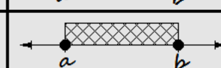
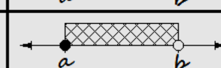
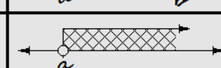
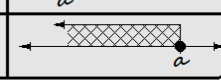
CONOCIMIENTOS PREVIOS:

Signos de desigualdad:

1. $a > b$ *significa que "a es mayor que b" o bien, que* $a - b$ *es un número positivo.*
2. $a < b$ *significa que "a es menor que b" o bien, que* $a - b$ *es un número negativo.*
3. $a \geq b$ *significa que "a es mayor o igual que b" o bien, que* $a - b$ *es un número no negativo.*
4. $a \leq b$ *significa que "a es menor o igual que b" o bien, que* $a - b$ *es un número no positivo.*

Propiedades de las desigualdades: *Si* a, b *y* $c \in R$ *y* $a < b$, entonces:

- $a + c < b + c$
- $a - c < b - c$
- $a \cdot c < b \cdot c$, *si c es positivo*
- $a \cdot c > b \cdot c$, *si c es negativo*
- $a/c < b/c$, *si c es positivo*
- $a/c > b/c$, *si c es negativo*

Notación Intervalo	Notación Algebraica	Notación Gráfica
(a,b)	$a < x < b$	
$[a,b]$	$a \leq x \leq b$	
$[a,b)$	$a \leq x < b$	
(a,∞)	$x > a$	
$(-\infty,a]$	$x \leq a$	

INECUACIONES CUADRÁTICAS

Una inecuación cuadrática con una incógnita x, es aquella que se expresa de la forma:

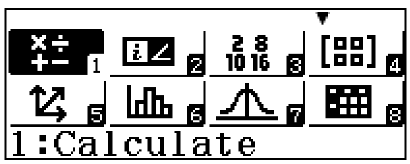
$$ax^2 + bx + c > 0$$
$$ax^2 + bx + c < 0$$
$$ax^2 + bx + c \geq 0$$
$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

En estos problemas lo que se quiere es determinar, ¿cuál es el intervalo que satisface esta inecuación? pero aparte de usar las propiedades de las desigualdades se debe trabajar con algún método que ayude a resolver una inecuación cuadrática.

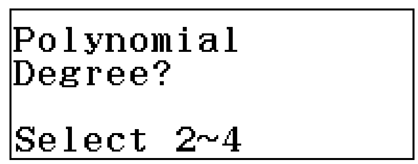
RESOLVER LA INECUACION CUADRÁTICA USANDO LA CLASSWIZ fx-570EX

Ejemplo 1: Para este caso, queremos determinar los valores de x que satisfacen la siguiente inecuación $2x^2 - 4x - 3 \leq 0$?

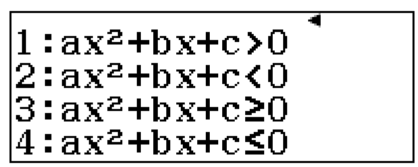
En base a estas definiciones y observaciones básicas, podemos entonces tratar de resolver nuestra inecuación usando los recursos de la calculadora CLASSWIZ fx-570EX. Para ello, comencemos por presionar la tecla MENU y se desplegará la pantalla del menú principal.

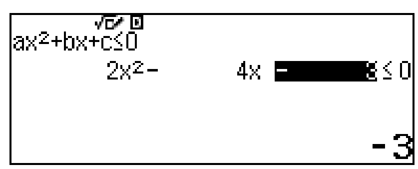


1. Dentro la galería de menús disponibles, debemos movernos hacia abajo y hacia la derecha con la tecla elíptica hasta ubicar `B: Inequality` y posteriormente se presiona la tecla =, solicitando el grado de la inecuación a resolver; o presionamos la tecla ALPHA °'''.

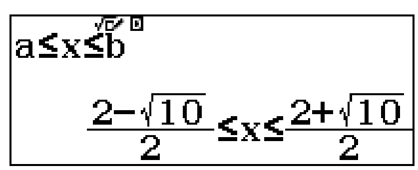


2. Procedemos a seleccionar el 2 y seleccionar la inecuación dependiendo de la condición inicial mayor, mayor o igual, menor, menor o igual que cero. En nuestro ejemplo seleccionamos 4 y reescribimos los coeficientes de a, b y c requeridos, es importante señalar que después de cada valor introducido se debe presionar la tecla =.





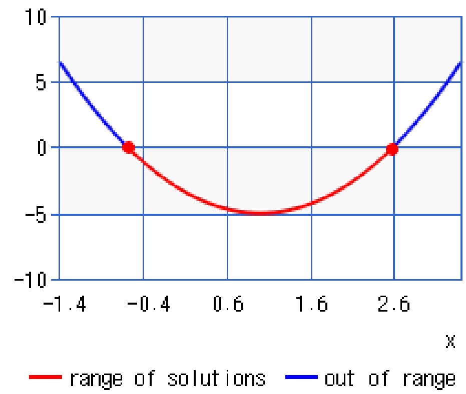
3. Al terminar de introducir los coeficientes, presionamos la tecla =, obteniendo la solución requerida.



La cual se expresaría como intervalo solución son los $x/x \in \left[\frac{2-\sqrt{10}}{2}, \frac{2+\sqrt{10}}{2}\right]$. De manera gráfica lo podemos verificar a través de `códigos QR` (Visualización en línea). Para ello presionamos la tecla SHIFT OPTN.

Veamos de manera gráfica.

1/1



Tomando en cuenta que la Parábola es negativa el color rojo muestra el rango de soluciones efectivas y el color azul los valores que están por fuera, la solución buscada es $\left[1-\frac{\sqrt{10}}{2}, 1+\frac{\sqrt{10}}{2}\right]$.

Ejemplo 2: Un arquitecto desea delimitar un terreno rectangular y tiene 450 mts. de cerca disponible. Desea encontrar las dimensiones del terreno, si el área delimitada debe ser al menos de 3150 m^2.

1. Se desea calcular los valores de x, y lo cual indicaría las dimensiones del terreno.

2. Ya que conocemos el perímetro del terreno; generamos la siguiente ecuación $2x + 2y = 450$; simplificando obtenemos:

$$\boxed{x + y = 225} \qquad [1]$$

3. Si el área se define como $A = x.y$ y además el $A \geq 3150$ (información del problema), entonces:

$$\boxed{x.y \geq 3150} \qquad [2]$$

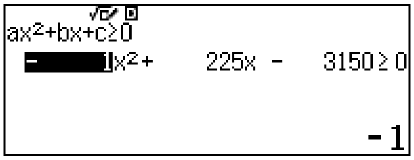
4. Despejando una de las dos variables de la ecuación [1], se obtiene que:

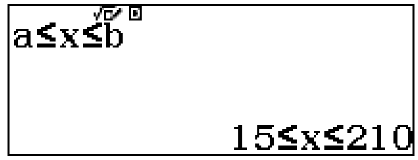
$$\boxed{y = 225 - x} \qquad [3]$$

5. Sustituyendo [3] en la segunda ecuación se obtiene: $x(225 - x) \geq 3150$; desarrollando la multiplicación queda la siguiente inecuación cuadrática:

$$\boxed{-x^2 + 225x - 3150 \geq 0}$$

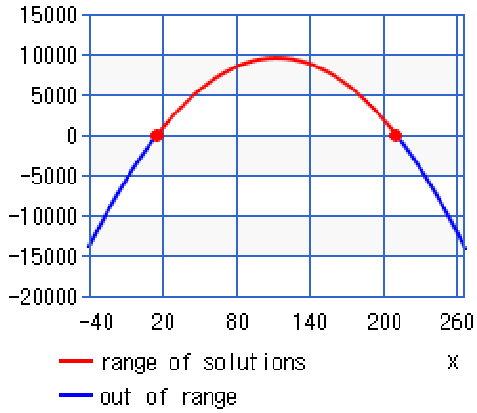
Veamos la solución usando la calculadora CLASSWIZ fx-570EX.





Lo cual indica que $x \in [15, 210]$; es decir; el valor de x está entre 15 y 210, ambos incluidos.

Veamos de manera gráfica.



Dado que la parábola en convexa, existe un máximo lo cual indica que el largo está entre 15 m y 210 m. ¿Cómo podríamos obtener el valor donde se alcanza el área máxima?

INECUACIONES CÚBICAS

Una inecuación cúbica con una incógnita x, es aquella que se expresa de la forma:

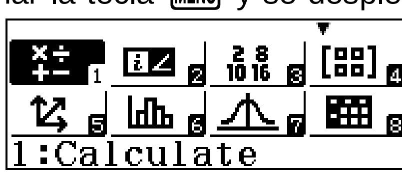
$$ax^3 + bx^2 + cx + d > 0$$
$$ax^3 + bx^2 + cx + d < 0$$
$$ax^3 + bx^2 + cx + d \geq 0$$
$$ax^3 + bx^2 + cx + d \leq 0$$

En estos problemas lo que se quiere es determinar, ¿cuál es el intervalo que satisface esta inecuación? pero aparte de usar las propiedades de las desigualdades se debe trabajar con algún método que ayude a resolver una inecuación cuadrática.

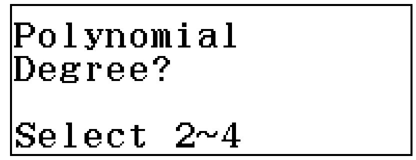
DESARROLLO: RESOLVER LA INECUACIÓN CÚBICA USANDO LA CLASSWIZ FX-570EX

Ejemplo 3: Para este caso, queremos determinar los valores de x que satisfacen la siguiente inecuación $x^3 - 6x^2 + 3x + 10 > 0$.

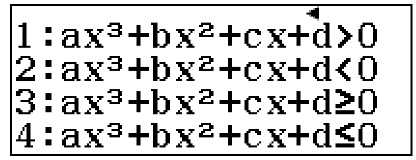
Para ello, comencemos por presionar la tecla MENU y se desplegará la pantalla del menú principal.

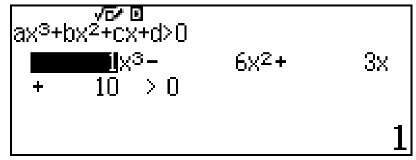


1. Dentro la galería de menús disponibles, debemos movernos hacia abajo y hacia la derecha con la tecla elíptica hasta ubicar `B: Inequality` y posteriormente se presiona la tecla [=], solicitando el grado de la inecuación a resolver; o presionamos la tecla [ALPHA] [°’’’].

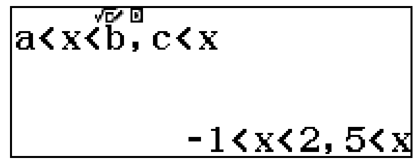


2. Procedemos a seleccionar el [3] y seleccionar la inecuación dependiendo de la condición inicial mayor, mayor o igual, menor, menor o igual que cero. En nuestro ejemplo seleccionamos [1] y reescribimos los coeficientes de `a`, `b`, `c` y `d` requeridos, es importante señalar que después de cada valor introducido se debe presionar la tecla [=].



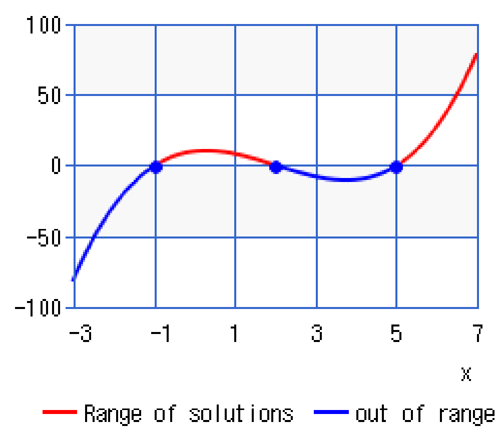


3. Al terminar de introducir los coeficientes, presionamos la tecla [=], obteniendo la solución requerida.



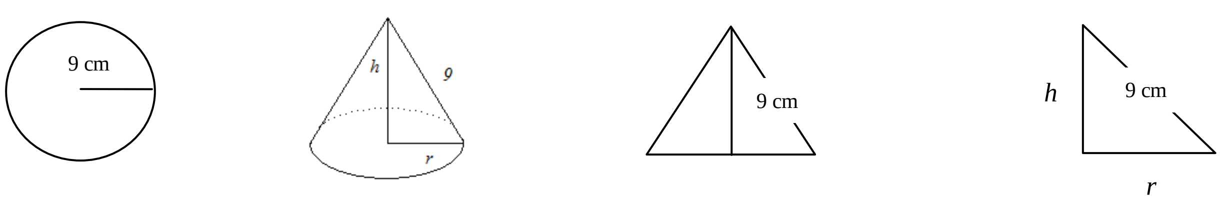
La cual se expresaría como intervalo solución que son las $x \in (-1, 2) \cup (5, \infty)$. De manera gráfica lo podemos verificar a través de `códigos QR` (Visualización en línea). Para ello presionamos la tecla [SHIFT] [OPTN].

Veamos de manera gráfica.



Tomando en cuenta la gráfica el color rojo muestra el rango de soluciones efectivas y el color azul los valores que están por fuera, la solución buscada es $x \in (-1, 2) \cup (5, \infty)$.

Ejemplo 4: Para hacer un filtro de laboratorio, se pliega un papel circular. Si el radio de dicho papel mide 9 cm. Calcular las dimensiones del cono, si el volumen delimitado debe ser al menos de 40 cm^3.



1. Se desea calcular los valores de r, h lo cual indicaría las dimensiones del cono.

2. Ya que conocemos el radio del papel circular; generamos la siguiente ecuación:

$$\boxed{h^2 + r^2 = 81} \qquad [1]$$

3. Si el volumen se define como $V = \frac{1}{3}\pi r^2 . h$ y además el $V \geq 40$ (información del problema), entonces:

$$\boxed{\frac{1}{3}\pi r^2 . h \geq 40} \qquad [2]$$

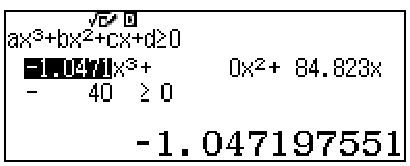
4. Despejando r^2 de la ecuación [1], se obtiene que:

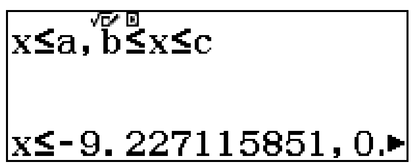
$$\boxed{r^2 = 81 - h^2} \qquad [3]$$

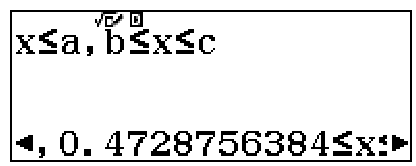
5. Sustituyendo [3] en la segunda ecuación se obtiene: $\frac{1}{3}\pi(81 - h^2). h \geq 40$; desarrollando la multiplicación queda la siguiente inecuación cúbica:

$$\boxed{-\frac{1}{3}\pi h^3 + 27\pi h - 40 \geq 0}$$

Veamos la solución usando la calculadora CLASSWIZ fx-570EX.

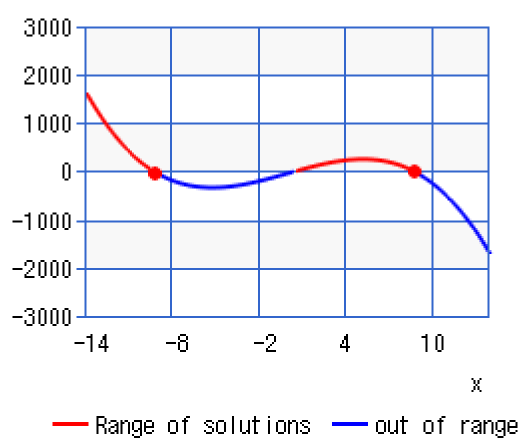






Lo cual indica que $h \in \{(-\infty, -9.227115851] \cup [0.4728756384, 8.754240213]\}$.

Veamos de manera gráfica.



Dado que la curva es suave en su recorrido la solución óptima es, que $h \in [0.4728756384, 8.754240213]$.

De igual forma se trabajan las inecuaciones de grado 4.

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS:

Como una forma de observar que los recursos son versátiles, dejamos al lector los siguientes ejercicios para usar las técnicas expuestas y así poder mejorar la experiencia en el uso de la calculadora, basándonos en la práctica y la continuidad de procesos.

- $x^2 - 5x + 6 \geq 0$
- $3x^2 - 4x < 0$
- Al resolver la inecuación $x^3 + 9x^2 + 23x + 15 < 0$, se observa que el conjunto solución es de la forma $(-\infty, a) \cup (b, c)$. Determine el valor de $\frac{b}{a+c}$.
- Para la siguiente expresión $\sqrt{x^4 + 5x^2 - 2}$ ¿Cuáles valores puede tomar x?