



## EJEMPLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA REALIZAR PREDICCIONES; UTILIZANDO LA CALCULADORA CASIO *fx-9860GII*

Prof. Rafael E. Cádiz

### OBJETIVO(S):

Presentar un modelo matemático de ajustes de curvas, que permita, entre otras cosas realizar predicciones o estimar parámetros físicos, químicos, biológicos, etc.

Hacer uso de la Aplicación Estadística de la calculadora CASIO *fx-9860GII* para establecer el tipo de curva que mejor ajusta a un grupo de datos en el sentido del Método de los Mínimos Cuadrados.

### RESUMEN:

Un modelo matemático es una descripción matemática de un fenómeno del mundo real, como por ejemplo la temperatura promedio de una ciudad, la concentración de un producto en una reacción química, la demanda de un producto, etc. El propósito del modelo matemático es entender el fenómeno y quizás hacer predicciones con respecto al comportamiento futuro. Al formular este tipo de modelo, es necesario identificar y definir las variables dependientes e independientes, establecer consideraciones, físicas, químicas, geométricas, etc., para obtener ecuaciones; de manera tal que representen plenamente el fenómeno en estudio, pero al mismo tiempo lo simplifiquen suficientemente para que, junto con las condiciones y restricciones, éste pueda finalmente modelarse matemáticamente.

Si se presentan situaciones en las cuales no existe una ley física que guíe la construcción del modelo, es necesario reunir los datos y proceder a organizarlos y representarlos en forma tabular para distinguir algunos patrones matemáticos de comportamiento. Es probable que nos convenga obtener una representación gráfica a partir de la representación numérica de la función, utilizando los datos de la tabla. En algunos casos, la representación gráfica podría incluso sugerir una fórmula algebraica adecuada de su regla de correspondencia. Un modelo matemático, te permite analizar el fenómeno y establecer conclusiones matemáticas, que luego deben contrastarse con la situación real, ya que las conclusiones e interpretaciones basadas en el modelo deben ofrecer soluciones, explicaciones y probablemente predicciones del comportamiento futuro del fenómeno. Si lo que interesa es establecer predicciones a futuro o recuperar datos del pasado, por la pérdida de una parte del histórico de datos, esto se logra por un proceso de comparación con los nuevos datos reales. Si las predicciones no se ajustan a la realidad del fenómeno, se necesitará afinar el modelo, o formular uno nuevo, e iniciar el ciclo una vez más.

### CONOCIMIENTOS PREVIOS:

Conocimiento sobre las funciones básicas y su inversa: lineal (afín), logística, cuadrática, potencial, polinómica, logarítmica, exponencial, sinusoidal y otras.

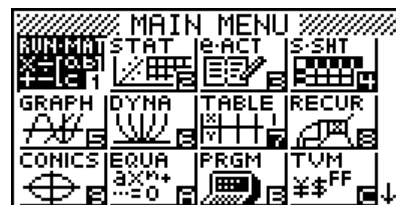
## DESARROLLO:

### Ejemplo:

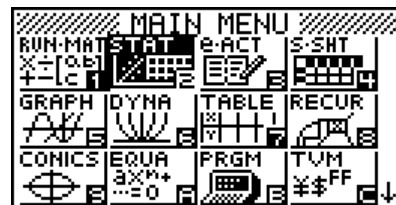
La máxima temperatura promedio mensual en la ciudad de Mérida es de 28 °C y la mínima es de 12 °C. La tabla muestra las temperaturas promedios mensuales. Se quiere conocer la temperatura promedio al cabo de dos años.

Meses (X)	Temperatura (°C)
Enero	12.2
Febrero	12.8
Marzo	16.1
Abril	20.6
Mayo	22.8
Junio	26.1
Julio	27.8
Agosto	27.2
Septiembre	25
Octubre	21.7
Noviembre	15
Diciembre	12.8

En base a definiciones y observaciones básicas se usaran los datos que aparecen en la tabla para trazar la grafica, podemos entonces tratar de resolver nuestra ejercicio usando los recursos de la calculadora CASIO *fx-9860GII*, de diversas maneras. Para ello, comencemos por presionar la tecla **MENU** y se desplegará la pantalla del menú principal.



Dentro la galería de menús disponibles, debemos presionar el número **2**, para acceder al menú **STAT**, que desplegará una tabla estadística, o con ayuda de la tecla elíptica te posicionas en **STAT** y presionas **EXE**.





**EJEMPLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA REALIZAR PREDICCIONES; UTILIZANDO LA CALCULADORA CASIO fx-9860GII**

Prof. Rafael E. Cádiz

1. En primer lugar identificamos cada lista por sus variables **List 1** (meses) para ello nos posicionamos debajo de **List 1** con la ayuda de la tecla elíptica y luego presionando **SHIFT** **ALPHA** escribimos con ayuda del teclado meses y luego **EXE**, posteriormente en cada fila de la columna 1 vaciamos los datos, 1, 2, 3,...,12 tomando en cuenta que por cada dato debemos presionar la tecla **EXE**; de manera similar en la **List 2**.

SUB	List 1	List 2	List 3	List 4
1				
2				
3				
4				

TOOL EDIT DEL DELA INS D

2. Para obtener la grafica de la dispersión de los datos, presionamos **F1** 2 veces. Observemos que los puntos correspondientes a la información se encuentran sobre una onda, de este modo se hace la prueba con un modelo sinusoidal.

SUB	List 1	List 2	List 3	List 4
1	meses	temp		
1	1	12.2		
2	2	12.8		
3	3	16.1		
4	4	20.6		

GRAPH CALC TEST INTR DIST D

3. Para ello presionamos la tecla **F1**, **F6** y **F5** en lo cual aparece en la pantalla un cuadro **SinReg** que muestra los valores de los parámetros *a*, *b*, *c*, *d* y **MSe** de la función sinusoidal asociada



$$f(x) = a \cdot \sin(bx + c) + d.$$

Los parámetros estadísticos indicados en el recuadro son los siguientes:

```
SinReg
a = 8.05893409
b = 0.51539555
c = -2.0888019
d = 19.8848472
MSe=0.64871669
y=a * sin(bx+c)+d
COPY DRAW
```

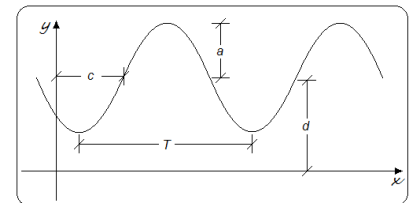
*a*: amplitud

*b*: frecuencia

*c*: fase

*d*: desplazamiento vertical

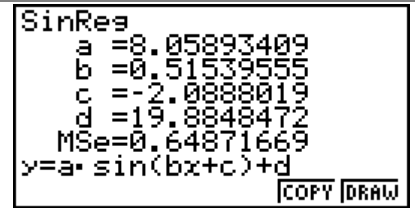
MSe: Error cuadrático medio= 0.64871669



4. Para verificar que el gráfico de la función sinusoidal es el que mejor se ajusta a la dispersión de los datos, presionamos **F6** y claramente se ve la coincidencia.



5. Usaremos el modelo sinusoidal obtenido para estimar la temperatura promedio al cabo de 2 años, para ello presionamos las teclas **EXIT**, **F1**, **F6**, **F5** y volvemos a la pantalla **SinReg**. La finalidad es de copiar la función sinusoidal en el modo gráfico y así poder realizar la predicción requerida. Se presiona la tecla **F5** e inmediatamente cambia la pantalla a **Graph Func** luego presionamos las teclas **EXE** y **F5** y se genera la función en modo gráfico ya con sus parámetros asociados; seguido de esto se presiona la tecla **MENU** y el número **5** el cual nos muestra la función en modo gráfico pero habilitando los comandos de dicho submenú, posteriormente presione la tecla **F1**, con la finalidad de habilitar la función sinusoidal.



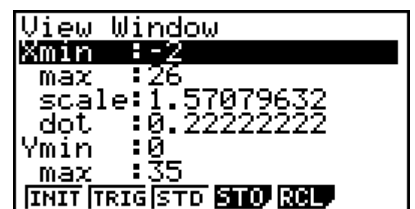
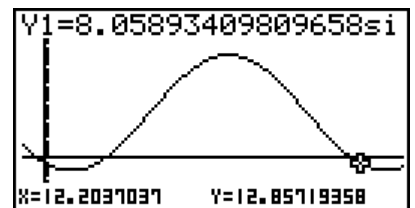
6. Con la finalidad de obtener la predicción de de la temperatura promedio al cabo de 2 años, se procede a definir una función Y2 asignándole el valor de Y1(24), para ello primero con ayuda de la tecla elíptica nos posicionamos en Y2 y se presiona la tecla elíptica nuevamente hacia la derecha, generando un submenú de variables, presionamos **F1** y el número **1**, **C** **2** **4** **D** y **EXE**, e inmediatamente para graficar ambas funciones **F6**.



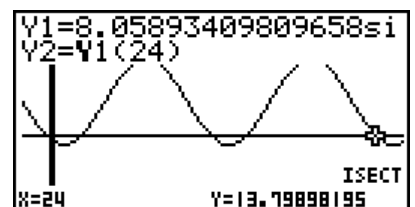
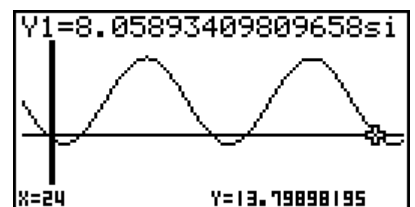
7. Procedemos a presionar la tecla **F1** y con ayuda de la tecla elíptica nos movemos a lo largo de las gráficas, observando que no es la mejor ventana de visualización que me permitiría conseguir la predicción solicitada. Para ello, mejoraremos la ventana de visualización presionando la tecla **F3**, con ayuda de la tecla elíptica y los números colocamos los datos que se verifican en la pantalla de **View Window**. Tenga en cuenta que después de cada número debe presionar la tecla **EXE** para que los datos se almacenen en la memoria de la calculadora.



8. Para finalizar y observar la grafica ajustada presionamos la tecla **EXIT** y **F6**, luego con la tecla **F1** y la tecla elíptica nos movemos a través de las graficas, posicionándonos en el mes 24 en las abscisas y observamos el valor de las ordenadas  $Y=13.79898195$ , que representa la temperatura promedio al cabo de 2 años □



**Observación:** El cálculo de este valor también se puede realizar usando soluciones de gráficos, para ello presionamos la tecla **EXIT** e inmediatamente nos ubicamos en la pantalla **Graph Func** presionamos **F6**, **F5** (**ISECT**) y con la tecla elíptica nos ubicamos en la intersección de ambas curvas hasta obtener el valor deseado.





**EJEMPLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA REALIZAR  
PREDICCIONES; UTILIZANDO LA CALCULADORA  
CASIO *fx-9860GII***

Prof. Rafael E. Cádiz

**EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS:**

Como una forma de observar que los recursos son versátiles, dejamos al lector los siguientes ejercicios para usar las técnicas expuestas y así poder mejorar la experiencia en el uso de la calculadora, basándonos en la práctica y la continuidad de procesos.

**Ejercicio1:**

El gerente de ventas de una compañía farmacéutica, preocupado por el bajo rendimiento de sus vendedores, ha observado que mientras más años de experiencia tenga su vendedor las ventas hechas por ellos no solo se estabilizan sino que en algunos casos decrecen. Para estudiar este problema el gerente ha registrado en la siguiente tabla las ventas por territorio en los últimos tres meses y los años de experiencia de cada vendedor, con la finalidad de comprobar su hipótesis y tomar acciones de mejora en su personal.

Experiencia (X) (años)	Ventas (Y) (en 1000 BF)
2	3.67
1.5	2.29
4.5	3.05
0.8	0.92
3.5	3.84
4.5	4.12
1	1.85
3	4.34
2.3	2.55
2.5	2.84

## Ejercicio2:

- ❖ Una agencia inmobiliaria maneja 50 departamentos y desea determinar el número de departamento que se demanda, si se cobra un determinado valor de arriendo. Se tiene la siguiente información:

Arriendo mensual (en Bolívares)	Demanda (número de apartamentos alquilados)
2800	50
3250	47

- Si se supone que la renta mensual  $x$  y la demanda  $y$  se relacionan linealmente, determine la función  $f$  que representa esta situación.
- Obtenga en su calculadora y en una ventana de visualización adecuada, la gráfica de la función  $f$ .
- Si la renta se eleva a 3550 bolívares mensuales. Prediga el número de departamentos ocupados, Si la renta es de 2950 bolívares, ¿es posible predecir el número de departamentos demandados?
- Determine la función inversa de la función  $f$  obtenida en a) y obtenga el valor del arriendo cuando están ocupados 20 departamentos. Si la demanda es de 40 departamentos ¿cuál es el monto de la renta?